

09-21 年向量与复数

题 1 (2021.9). 已知复数列 $\{z_n\}$ 满足:

$$z_1 = \frac{\sqrt{3}}{2}, z_{n+1} = \bar{z}_n(1 + z_n i)$$

求 z_{2021} 的值

题 2 (2020.4). 设 z 为复数, 若 $\frac{z-2}{z-i}$ 为实数, 则 $|z+3|$ 的最小值为_____.

题 3 (2019.3). 平面直角坐标系中, \vec{e} 是单位向量, 向量 \vec{a} 满足 $\vec{a} \cdot \vec{e} = 2$, 且 $|\vec{a}|^2 \leq 5|\vec{a} + t\vec{e}|$ 对任意实数 t 成立, 则 $|\vec{a}|$ 的取值范围为_____.

题 4 (2019.11). 称一个复数数列 $\{z_n\}$ 为"有趣的", 若 $|z_1| = 1$, 且对任意正整数 n 均有 $4z_{n+1}^2 + 2z_n z_{n+1} + z_n^2 = 0$, 求最大的常数 C , 使得对一切有趣的数列及任意正整数 m , 均有 $|z_1 + z_2 + \cdots + z_m| \geq C$.

题 5 (2018.6). 设复数 z 满足 $|z| = 1$, 使得关于 x 的方程 $zx^2 + 2\bar{z}x + 2 = 0$ 有实根, 则这样的复数 z 的和为_____.

题 6 (2017.11). 设复数 z_1, z_2 满足 $Re(z_1) > 0, Re(z_2) > 0$, 且 $Re(z_1^2) = Re(z_2^2) = 2$

(1) 求 $Re(z_1 z_2)$ 的最小值

(2) 求 $|z_1 + 2| + |\bar{z}_2 + 2| - |\bar{z}_1 - z_2|$ 的最小值

题 7 (2016.2). 设复数 z, w 满足 $|z| = 3, (z + \bar{w})(\bar{z} - w) = 7 + 4i$, 则 $(z + 2\bar{w})(\bar{z} - 2w)$ 的模为_____.

题 8 (2015.3). 已知复数数列 $\{z_n\}$ 满足 $z_1 = 1, z_{n+1} = \bar{z}_n + 1 + ni$, 则 $z_{2015} =$ _____.

题 9 (2015.4). 在矩形 $ABCD$ 中, $AB = 2, AD = 1$, 线段 DC 上的动点 P 与 CB 延长线上的动点 Q 满足 $|\overrightarrow{DP}| = |\overrightarrow{BQ}|$, 则 $\overrightarrow{PA} \cdot \overrightarrow{PQ}$ 的最小值_____.

题 10 (2014.11). 确定所有的复数 α , 使得对任意复数 $z_1, z_2 (|z_1|, |z_2| < 1, z_1 \neq z_2)$, 均有

$$(z_1 + \alpha)^2 + \alpha \bar{z}_1 \neq (z_2 + \alpha)^2 + \alpha \bar{z}_2$$