

题 1 (2010.1). 函数 $f(x) = \sqrt{x-5} - \sqrt{24-3x}$ 的值域是 _____。

题 2 (2010.2). 已知函数 $y = (a \cos^2 x - 3) \sin x$ 的最小值 -3 , 则实数 a 的取值范围为 _____。

题 3 (2010.3). 双曲线 $x^2 - y^2 = 1$ 的右半支与直线 $x = 100$ 围成的区域内部 (不含边界) 整点 (纵横坐标均为整数的点) 的个数是 _____。

题 4 (2010.4). 已知 $\{a_n\}$ 是公差为 0 的等差数列, $\{b_n\}$ 是等比数列, 其中 $a_1 = 3, b_1 = 1, a_2 = b_2, 3a_5 = b_3$, 且存在常数 α, β 使得对每一个正整数 n 都有 $a_n = \log_\alpha b_n + \beta$, 则 $\alpha + \beta =$ _____。

题 5 (2010.5). 函数 $f(x) = a^{2x} + 3a^x - 2 (a > 0, a \neq 1)$ 在区间 $x \in [-1, 1]$ 上的最大值为 8 , 则它在这个区间的最小值是 _____。

题 6 (2010.6). 两人轮流投掷骰子, 每人每次投掷两颗, 第一个使两颗骰子点数和大于 6 者为胜, 否则轮由另一人投掷. 先投掷人的获胜概率是 _____。

题 7 (2010.7). 正三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 的 9 条棱长都相等, P 是 CC_1 的中点, 二面角 $B-A_1P-B_1 = \alpha$, 则 $\sin \alpha =$ _____。

题 8 (2010.8). 方程 $x + y + z = 2010$ 满足 $x \leq y \leq z$ 的正整数解的个数为 _____。

题 9 (2010.9). 函数 $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d (a \neq 0)$, 当 $0 \leq x \leq 1$ 时, $|f'(x)| \leq 1$, 试求 a 的最大值。

题 10 (2010.10). 已知抛物线 $y^2 = 6x$ 上的两个动点 $A(x_1, y_1)$ 和 $B(x_2, y_2)$, 其中 $x_1 \neq x_2$ 且 $x_1 + x_2 = 4$. 线段 AB 的垂直平分线与 x 轴交于点 C , 求 $\triangle ABC$ 面积的最大值。

题 11 (2010.11). 证明: 方程 $2x^3 + 5x - 2 = 0$ 恰有一个实数根 r , 且存在唯一的严格递增正整数数列 $\{a_n\}$, 使得 $\frac{2}{5} = r^{a_1} + r^{a_2} + r^{a_3} + \dots$ 。