

题 1 (2017.1). 设  $f(x)$  是定义在  $\mathbb{R}$  上的函数, 对任意实数  $x$  有  $f(x+3)f(x-4) = -1$ , 又当  $0 \leq x < 7$  时,  $f(x) = \log_2(9-x)$ , 则  $f(-100)$  的值为 \_\_\_\_\_。

题 2 (2017.2). 若实数  $x, y$  满足  $x^2 + 2\cos y = 1$ , 则  $x - \cos y$  的取值范围为\_\_\_\_\_。

题 3 (2017.3). 在平面直角坐标系中, 椭圆  $C$  的方程为  $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{10} = 1$ ,  $F$  为  $C$  的上焦点,  $A$  为  $C$  的右顶点,  $P$  是  $C$  上位于第一象限内的动点, 则四边形  $OAPF$  的面积的最大值为\_\_\_\_\_。

题 4 (2017.4). 若一个三位数中任意两个相邻数码的差均不超过 1, 则称其为 "平稳数", 平稳数的个数为 \_\_\_\_\_。

题 5 (2017.5). 正三棱锥  $P-ABC$  中,  $AB = 1, AP = 2$ , 过  $AB$  的平面  $\alpha$  将其体积平分, 则棱  $PC$  与平面  $\alpha$  所成角的余弦值为\_\_\_\_\_。

题 6 (2017.6). 在平面直角坐标系中, 点集  $K = \{(x, y) | x, y = -1, 0, 1\}$ . 在  $K$  中随机取出三个点, 则这三点中存在两点之间距离为  $\sqrt{5}$  的概率为\_\_\_\_\_。

题 7 (2017.7). 在  $\triangle ABC$  中,  $M$  是边  $BC$  的中点,  $N$  是边  $BM$  的中点, 若  $\angle A = \frac{\pi}{3}$ ,  $\triangle ABC$  的面积为  $\sqrt{3}$ , 则  $\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{AN}$  的最小值为\_\_\_\_\_。

题 8 (2017.8). 设两个严格递增的正整数数列  $\{a_n\}, \{b_n\}$  满足:  $a_{10} = b_{10} < 2017$ , 对任意正整数  $n$ , 有  $a_{n+2} = a_{n+1} + a_n, b_{n+1} = 2b_n$ , 则  $a_1 + b_1$  的所有可能值为\_\_\_\_\_。

题 9 (2017.9). 设  $k, m$  为实数, 不等式  $|x^2 - km - m| \leq 1$  对所有  $x \in [a, b]$  成立, 证明:  $b - a \leq 2\sqrt{2}$ 。

题 10 (2017.10). 设  $x_1, x_2, x_3$  是非负实数, 满足  $x_1 + x_2 + x_3 = 1$ , 求

$$(x_1 + 3x_2 + 5x_3)\left(x_1 + \frac{x_2}{3} + \frac{x_3}{5}\right)$$

的最小值和最大值。

题 11 (2017.11). 设复数  $z_1, z_2$  满足  $\operatorname{Re}(z_1) > 0, \operatorname{Re}(z_2) > 0$ , 且  $\operatorname{Re}(z_1^2) = \operatorname{Re}(z_2^2) = 2$

(1) 求  $\operatorname{Re}(z_1 z_2)$  的最小值

(2) 求  $|z_1 + 2| + |\bar{z}_2 + 2| - |\bar{z}_1 - z_2|$  的最小值