

题 1 (2019.1). 已知正实数 a 满足 $a^a = (9a)^{8a}$, 则 $\log_a 3a$ 的值为 _____。

题 2 (2019.2). 若实数集合 $\{1, 2, 3, x\}$ 的最大元素和最小元素之差等于该集合的所有元素之和, 则 x 的值为 _____。

题 3 (2019.3). 平面直角坐标系中, \vec{e} 是单位向量, 向量 \vec{a} 满足 $\vec{a} \cdot \vec{e} = 2$, 且 $|\vec{a}|^2 \leq 5|\vec{a} + t\vec{e}|$ 对任意实数 t 成立, 则 $|\vec{a}|$ 的取值范围为_____。

题 4 (2019.4). 设 A, B 为椭圆 Γ 的长轴顶点, E, F 为 Γ 的两个焦点, $|AB| = 4$, $|AF| = 2 + \sqrt{3}$, P 为 Γ 上一点, 满足 $|PE| \cdot |PF| = 2$, 则 $\triangle PEF$ 的面积为_____。

题 5 (2019.5). 在 $1, 2, 3, \dots, 10$ 中随机选出一个数 a , 在 $-1, -2, -3, \dots, -10$ 中随机选出一个数 b , 则 $a^2 + b$ 被 3 整除的概率为_____。

题 6 (2019.6). 对任意闭区间 I , 用 M_I 表示函数 $y = \sin x$ 在 I 上的最大值, 若正数 a 满足 $M_{[0, a]} = 2M_{[a, 2a]}$, 则 a 的值为 _____。

题 7 (2019.7). 正方体 $ABCD - EFGH$ 的一个截面经过顶点 A, C 及棱 EF 上一点 K , 且将正方体分成体积比为 $3:1$ 的两部分, 则 $\frac{EK}{KF}$ 的值为_____。

题 8 (2019.8). 将 6 个数 $2, 0, 1, 9, 20, 19$ 按任意次序排成一行, 拼成一个 8 位数 (首位不为 0), 则产生的不同的 8 位数个数为 _____。

题 9 (2019.9). 在 $\triangle ABC$ 中, $BC = a, CA = b, AB = c$, 若 b 是 a 与 c 的等比中项, 且 $\sin A$ 是 $\sin(B - A)$ 与 $\sin C$ 的等差中项, 求 $\cos B$ 的值。

题 10 (2019.10). 在平面直角坐标系中, 圆 Ω 与抛物线 $\Gamma: y^2 = 4x$ 恰有一个公共点, 且圆 Ω 与 x 轴相切于 Γ 的焦点 F , 求圆 Ω 的半径。

题 11 (2019.11). 称一个复数数列 $\{z_n\}$ 为 "有趣的", 若 $|z_1| = 1$, 且对任意正整数 n 均有 $4z_{n+1}^2 + 2z_n z_{n+1} + z_n^2 = 0$, 求最大的常数 C , 使得对一切有趣的数列及任意正整数 m , 均有 $|z_1 + z_2 + \dots + z_m| \geq C$ 。