

题 1 (2013.1). 设 $A = \{2, 0, 1, 3\}$, 集合 $B = \{x | -x \in A, 2 - x^2 \notin A\}$, 则集合 B 中所有元素的和为 _____。

题 2 (2013.2). 在平面直角坐标系中, 点 A, B 在抛物线 $y^2 = 4x$ 上, 满足 $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB} = -4$, F 是抛物线的焦点, 则 $S_{\triangle OFA} \cdot S_{\triangle OFB} =$ _____。

题 3 (2013.3). 在 $\triangle ABC$ 中, 已知 $\sin A = 10 \sin B \sin C, \cos A = 10 \cos B \cos C$, 则 $\tan A =$ _____。

题 4 (2013.4). 已知正三棱锥 $P-ABC$ 底面边长为 1, 高为 $\sqrt{2}$, 其内切球半径为 _____。

题 5 (2013.5). 设 a, b 是实数, 函数 $f(x) = ax + b$ 满足: 对任意 $x \in [0, 1]$, 有 $|f(x)| \leq 1$, 则 ab 的最大值为 _____。

题 6 (2013.6). 从 $1, 2, \dots, 20$ 中任取 5 个不同的数, 其中至少有两个是相邻数的概率 _____。

题 7 (2013.7). 若实数 x, y 满足 $x - 4\sqrt{y} = 2\sqrt{x - y}$, 则 x 的取值范围为 _____。

题 8 (2013.8). 已知数列 $\{a_n\}$ 共 9 项, 其中 $a_1 = a_9 = 1$, 且对每个 $i \in \{1, 2, \dots, 8\}$, 均有 $\frac{a_{i+1}}{a_i} \in \{2, 1, -\frac{1}{2}\}$, 则这样的数列个数为 _____。

题 9 (2013.9). 给定正整数数列 $\{x_n\}$ 满足 $S_n \geq 2S_{n-1}$, 证明: 存在常数 $C > 0$, 使得 $x_n \geq C \cdot 2^n$

题 10 (2013.10). 在平面直角坐标系中, 椭圆的方程为 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$, A_1, A_2 分别为椭圆的左、右顶点, F_1, F_2 分别为椭圆的左、右焦点, P 为椭圆上不同于 A_1 和 A_2 的任意一点, 若平面中两个点 Q, R 满足 $QA_1 \perp PA_1, QA_2 \perp PA_2, RF_1 \perp PF_1, RF_2 \perp PF_2$, 确定线段 QR 的长度与 b 的大小关系, 并给出证明。

题 11 (2013.11). 设函数 $f(x) = ax^2 + b$, 求所有的正实数对 (a, b) , 使得对任意实数 x, y 均有 $f(xy) + f(x+y) \geq f(x)f(y)$ 。