

2021 全国高联

题 1 (2021.1). 等差数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_{2021} = a_{20} + a_{21} = 1$, 则 a_1 的值为_____。

题 2 (2021.2). 设集合 $A = \{1, 2, m\}$, 其中 m 为实数, 令 $B = \{a^2 | a \in A\}$, $C = A \cap B$, 若 C 的所有元素之和为 6, 则 C 的所有元素之积为_____。

题 3 (2021.3). 设函数 $f(x)$ 满足: 对任意非零实数 x , 均有 $f(x) = f(1) \cdot x + \frac{f(2)}{x} - 1$, 则 $f(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 的最小值为_____。

题 4 (2021.4). 设函数 $f(x) = \cos x + \log_2 x (x > 0)$, 若正实数 a 满足 $f(a) = f(2a)$, 则 $f(2a) - f(4a)$ 的值为_____。

题 5 (2021.5). 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = 1, AC = 2, B - C = \frac{2\pi}{3}$, 则 $\triangle ABC$ 的面积为_____。

题 6 (2021.6). 在平面直角坐标系中, 抛物线 $\Gamma: y^2 = 2px (p > 0)$ 的焦点为 F , 过 Γ 上一点 P (异于 O) 作 Γ 的切线, 与 y 轴交于点 Q , 若 $|FP| = 2, |FQ| = 1$, 则向量 \overrightarrow{OP} 与 \overrightarrow{OQ} 的数量积为_____。

题 7 (2021.7). 一颗质地均匀的正方体骰子, 六个面分别标有点数 1, 2, 3, 4, 5, 6, 随机地抛弃该骰子三次, 所得的点数依次为 a_1, a_2, a_3 , 则事件 $|a_1 - a_2| + |a_2 - a_3| + |a_3 - a_1| = 6$ 发生的概率为_____。

题 8 (2021.8). 设有理数 $r = \frac{p}{q} \in (0, 1)$, 其中 p, q 为互素的正整数, 且 pq 整除 3600, 这样的有理数 r 的个数为_____。

题 9 (2021.9). 已知复数列 $\{z_n\}$ 满足:

$$z_1 = \frac{\sqrt{3}}{2}, z_{n+1} = \bar{z}_n(1 + z_n i)$$

求 z_{2021} 的值

题 10 (2021.10). 在平面直角坐标系中, 函数 $y = \frac{x+1}{|x|+1}$ 的图像上有三个不同的点位于直线 l 上, 且三个点的横坐标之和为 0, 求 l 的斜率的取值范围。

题 11 (2021.11). 正方体 $ABCD - EFGH$, 棱长为 2, 在正方形 $ABFE$ 的内切圆上任取一点 P_1 , 在正方形 $BCGF$ 的内切圆上任取一点 P_2 , 在正方形 $EFGH$ 的内切圆上任取一点 P_3 , 求 $|P_1 P_2| + |P_2 P_3| + |P_3 P_1|$ 的最大值和最小值。